
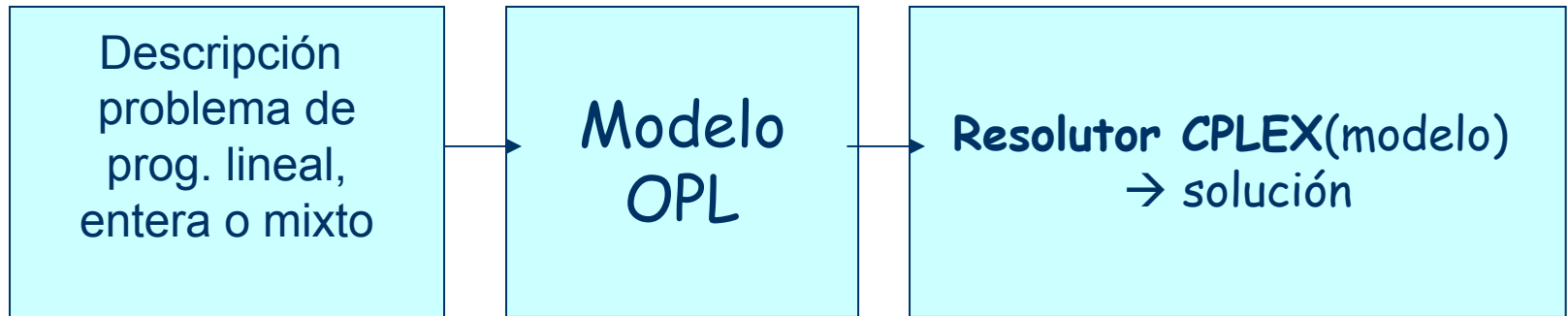


ILOG CPLEX

Problemas de:
programación lineal,
entera y lineal-entera



Ciclo de vida



Índice

- Ejemplo sencillo: LP, IP, MILP
 - Etapa resolución
- Ejemplos más complicados: LP, IP, MILP
 - Etapa modelado

Ejemplo sencillo

Descripción

Industria con stock de N, H y Cl

Se combinan para formar NH_3 y NH_4Cl .

NH_3 y NH_4Cl dan distintos beneficios.

Con el stock que tenemos, ¿qué producción nos dará más beneficio?

Modelo. Datos del problema

```
enum Componentes { N, H, Cl };
```

```
enum Productos { NH3, NH4Cl };
```

```
int stock[Componentes] = [7, 24, 4];
```

```
int requieren[Productos, Componentes] = [ [1, 3, 0],  
                                           [1, 4, 1] ];
```

```
float+ beneficio[Productos] = [30, 40];
```

Modelo. Variables de decisión

- Programación lineal
 - var float x1;
 - var float x2;
- Programación entera
 - var int x1 in minint..maxint;
 - var int x2 in minint..maxint;
- Programación entera-lineal mixta
 - var int x1 in minint..maxint;
 - var float x2;

Modelo. Función de óptimo

maximize

$$30*x1 + 40*x2$$

Modelo. Restricciones

subject to {

$$1*x1 + 1*x2 \leq 7;$$

$$3*x1 + 4*x2 \leq 24;$$

$$0*x1 + 1*x2 \leq 4;$$

$$x1 \geq 0;$$

$$x2 \geq 0;$$

};

Programación lineal

Resolución usando CPLEX

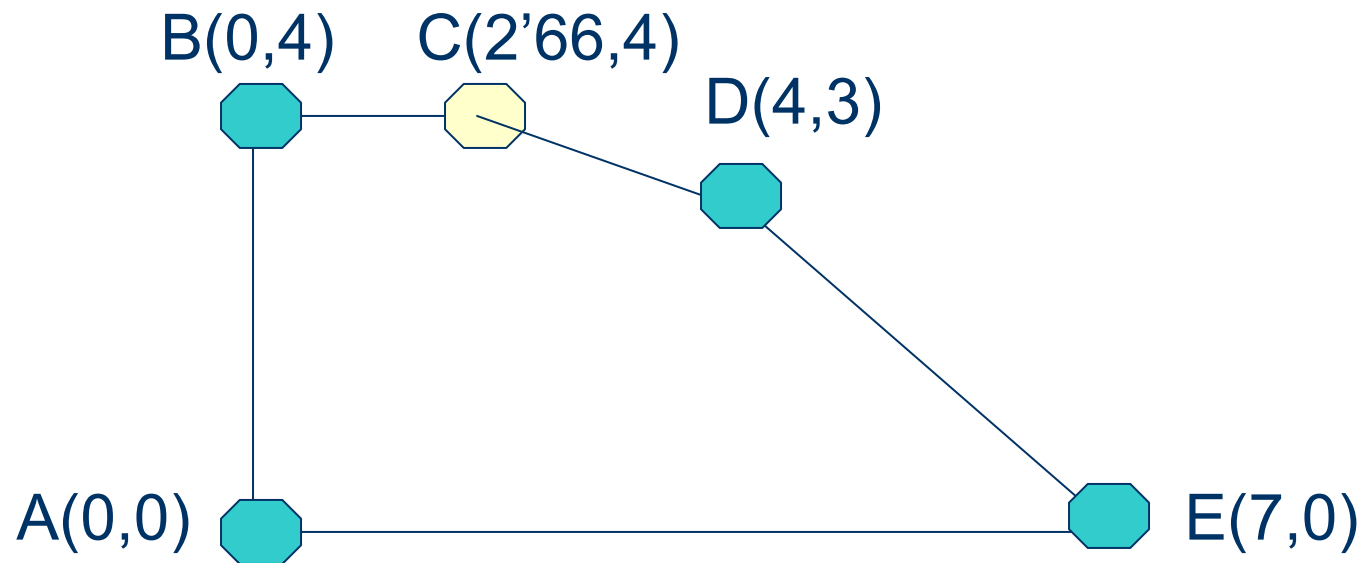
1. Región factible.
2. Evaluar vértices.

Ideas apoyo

- Restricciones redundantes
- Posibilidad de ∞ soluciones
- Elegir entre Simplex y Barrera.
“ setting Lpmethod = barrier; “

Programación lineal

Resolvemos el área usando simplex:



Resultados OPL

Solutions

Optimal Solution with Objective Value: 240.0000

$x_1 = 2.6667$

$x_2 = 4.0000$

Log

Running

linear programming

displaying solution ...

Resultados OPL

CPLEX

Utilizó Simplex.

Variables: 2.

Constraints: 5.

Solver Memory: 171860

Solving time: 91.95

Programación entera

Discusión...

1. Todas las variables son enteras
2. OPL exige rango para var int...

Conclusión:

¿Programación entera = dominios finitos?

¡No!

=, <=, >=

|

<>, <, >

Programación entera

```
var int x1, x2 in minint..maxint;
```

```
maximize
```

```
  3*x1 + 2*x2
```

```
subject to {
```

```
  x1 + x2 < 4;
```

```
  2*x1 + x2 < 5;
```

```
  -x1 + 4*x2 > 2;
```

```
  x1 >= 0;
```

```
  x2 >= 0;
```

```
};
```

Resultados OPL

Solutions

Optimal Solution with Objective Value: 7

$x_1 = 1,$ $x_2 = 2$

Log

Running

Solver

displaying solution ...

Solver

Variables: 2 Constraints: 5

Failures: 0 Choice Points: 3

Solver memory: 163840

Solving time: 0.24

Programación entera

```
var int x1, x2 in minint..maxint;
```

```
maximize
```

```
  3*x1 + 2*x2
```

```
subject to {
```

```
  x1 + x2 <= 4;
```

```
  2*x1 + x2 <= 5;
```

```
  -x1 + 4*x2 >= 2;
```

```
  x1 >= 0;
```

```
  x2 >= 0;
```

```
};
```


Resultados OPL

Solutions

Optimal Solution with Objective Value: 9

$x_1 = 1,$ $x_2 = 3$

Log

Running

integer programming (CPLEX MIP)

displaying solution ...

CPLEX

Variables: 2

Constraints: 5

S.memory: 171860

Solving time: 0.92

Modelo. Programación entera

```
var int x1 in minint..maxint;  
var int x2 in minint..maxint;
```

```
subject to {  
    1*x1 + 1*x2 <= 7;  
    3*x1 + 4*x2 <= 24;  
    0*x1 + 1*x2 <= 4;  
    x1 >= 0;  
    x2 >= 0;  
};
```

Programación entera

Resolución usando CPLEX

1. Región factible.
2. Evaluar vértices.
3. Solución no válida

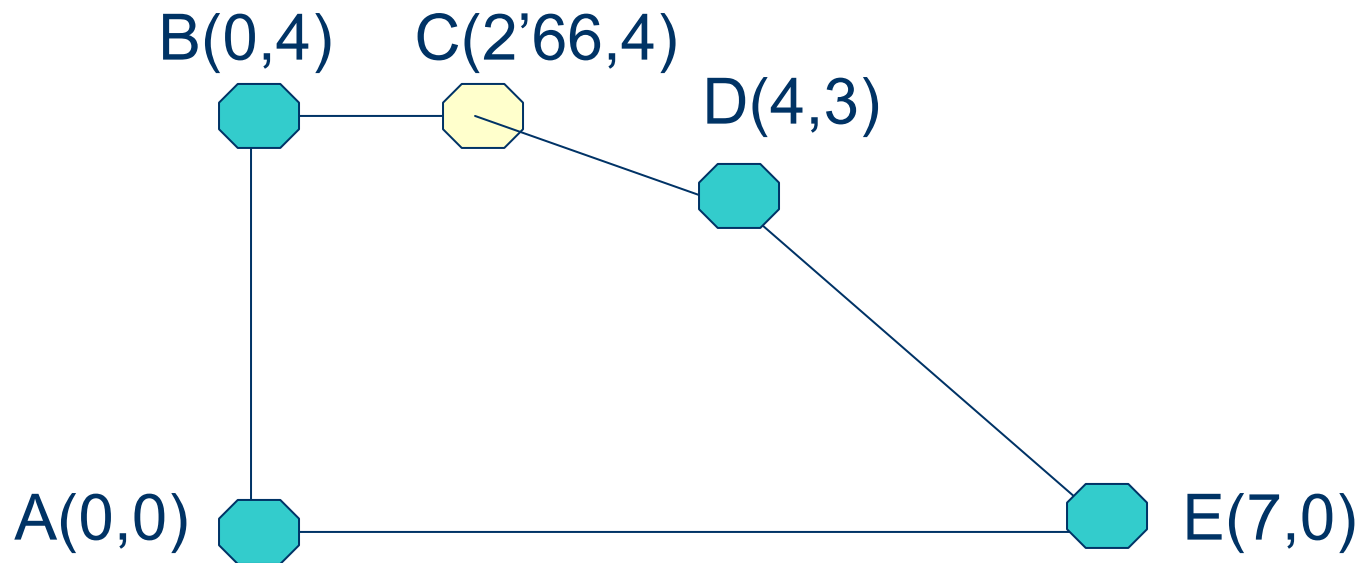
Idea...

¿Nueva técnica para Prog.Entera?

¡Reutilizar lo que ya funciona: Branch&Bound!

Árbol Branch&Bound

Resolvemos el área usando simplex:



Árbol Branch&Bound

Encontramos la solución:

$$X1 = 2.66$$

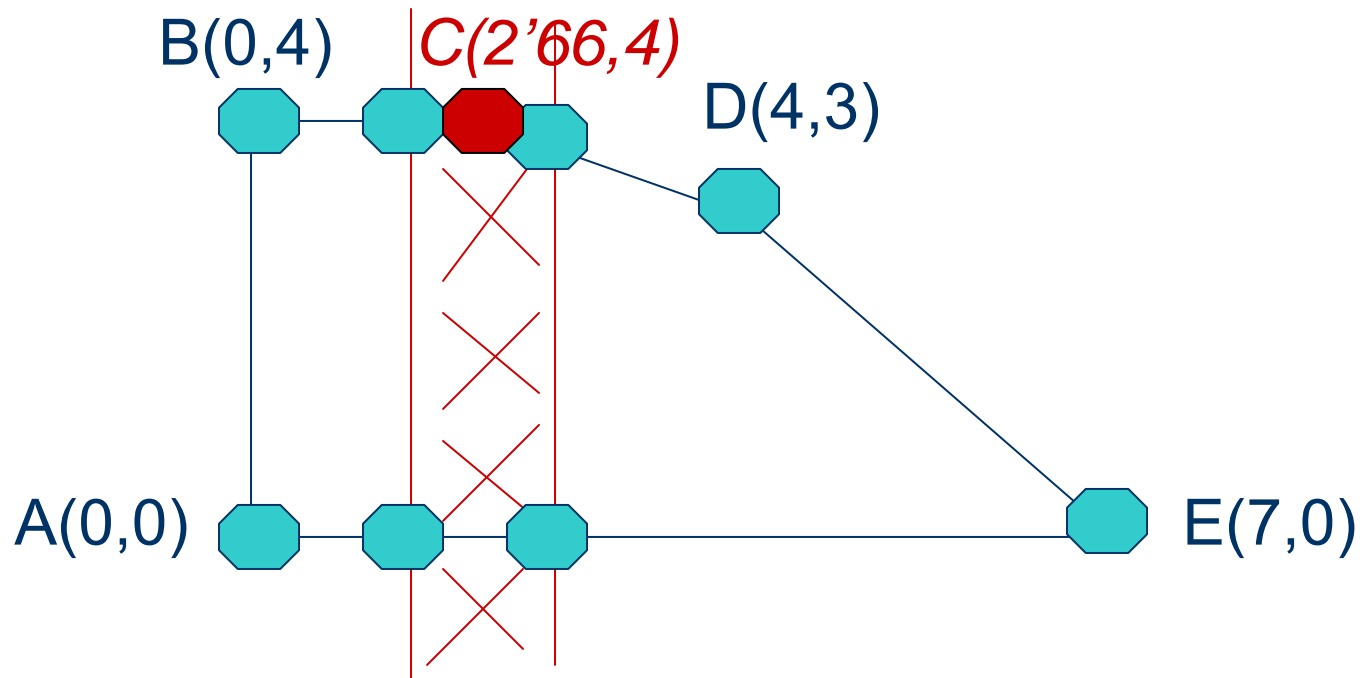
$$X2 = 4.00$$

$$240.00$$

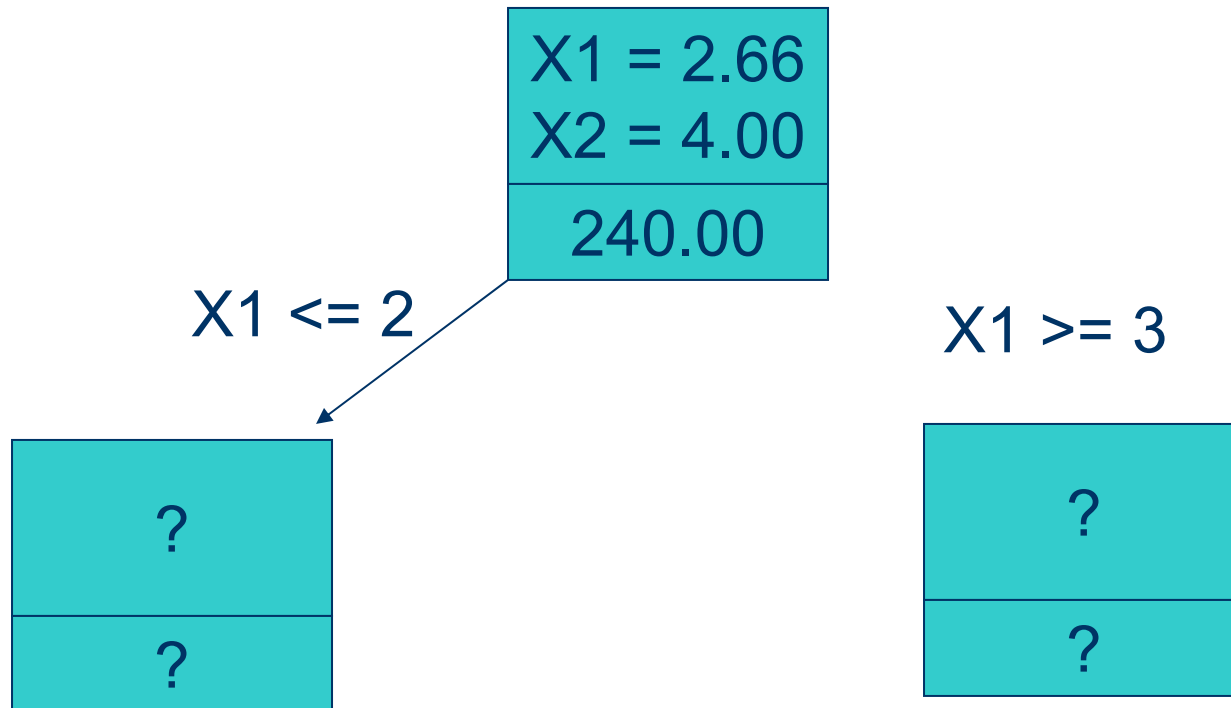
¡No es entera!
Bifurcar sobre X1

Árbol Branch&Bound

Con la bifurcación sobre X_1 :

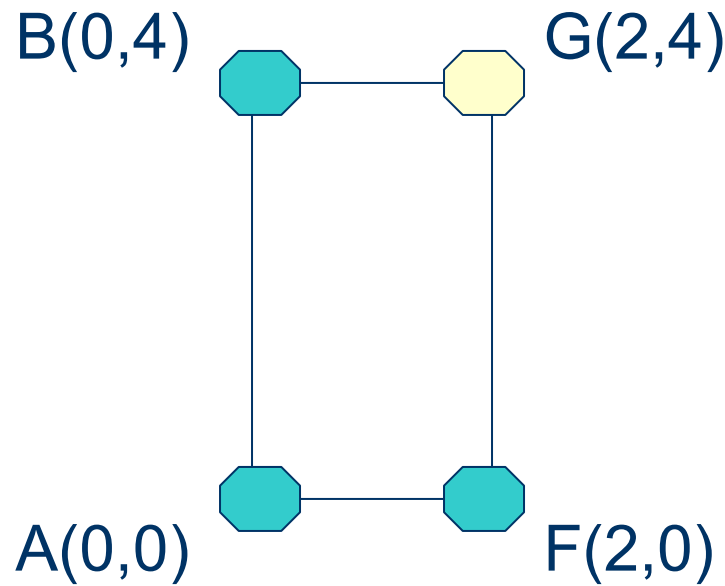


Árbol Branch&Bound

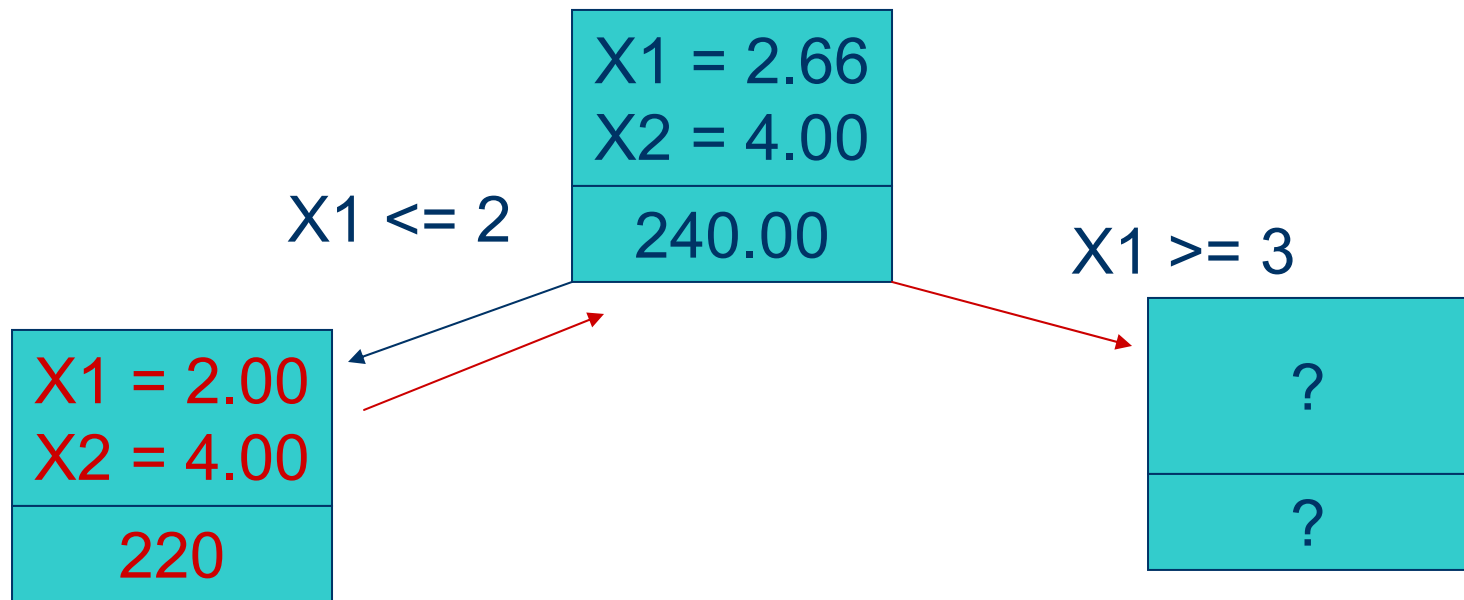


Árbol Branch&Bound

Resolvemos el área usando simplex:



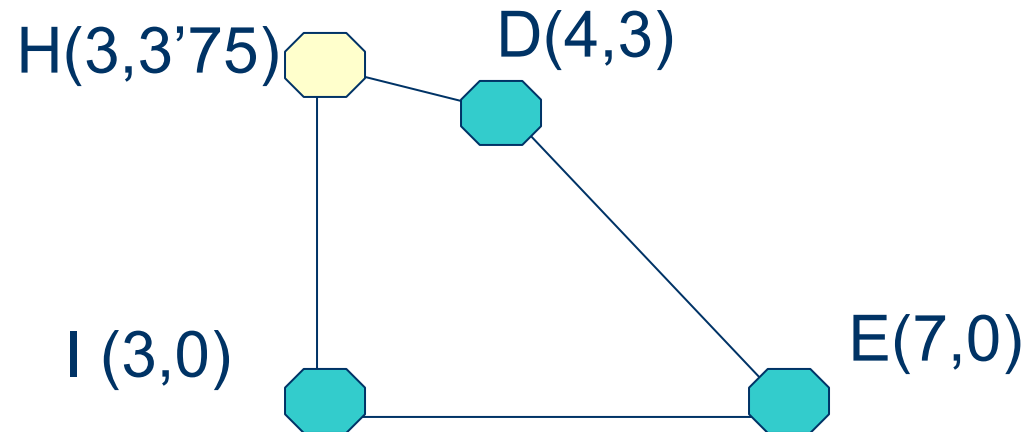
Árbol Branch&Bound



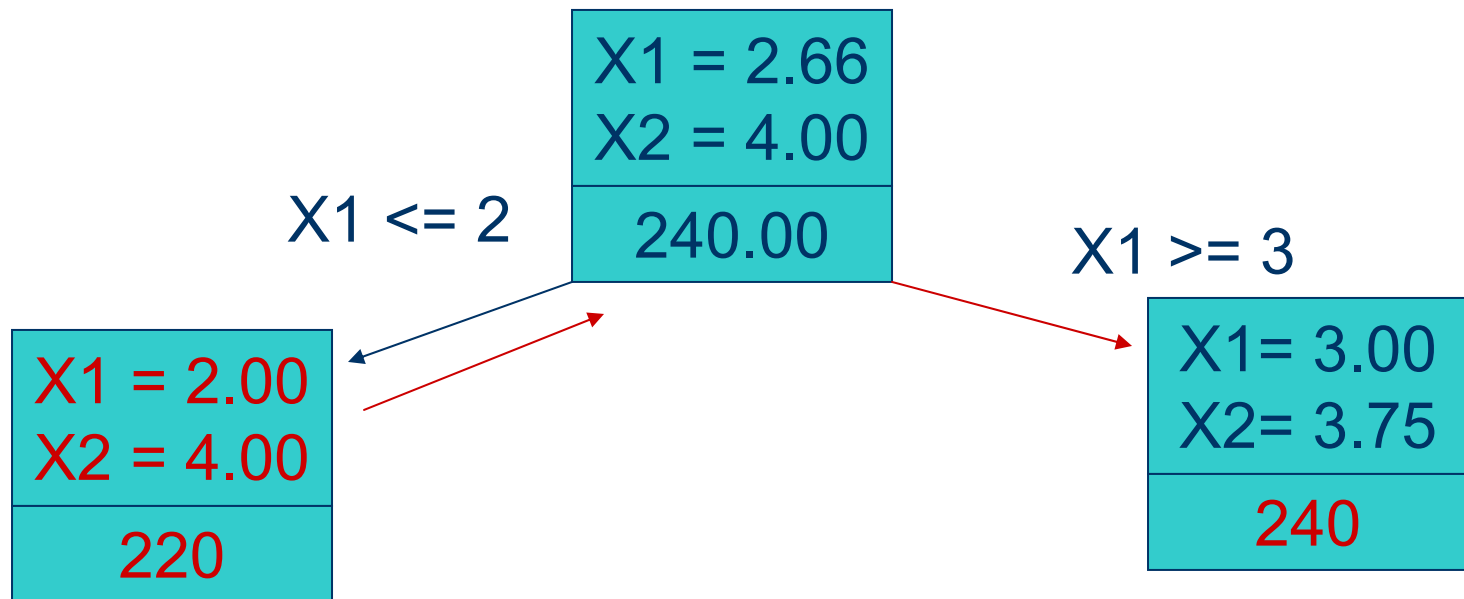
¡Solución entera!
Guardamos óptimo

Árbol Branch&Bound

Resolvemos el área usando simplex:



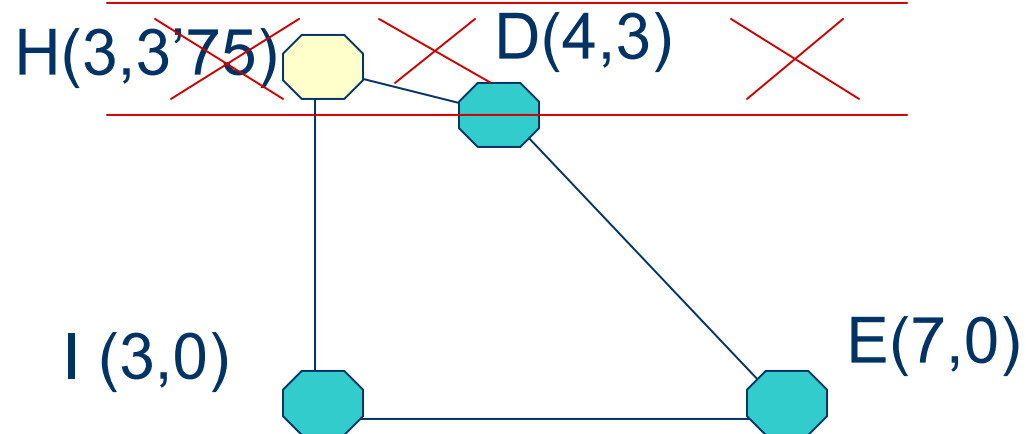
Árbol Branch&Bound



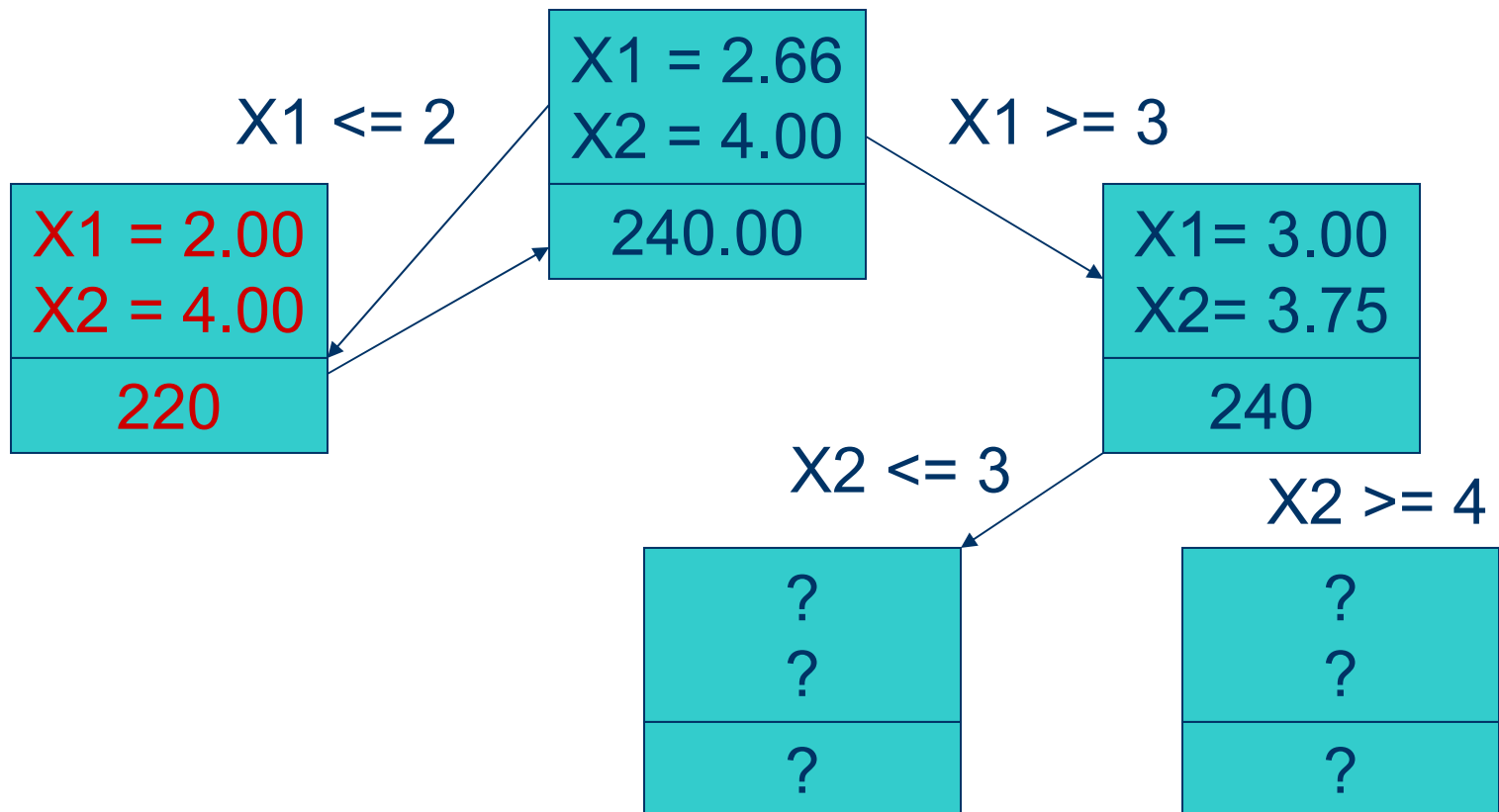
¡Supera, pero no es entera.
Bifurcar sobre $X2$

Árbol Branch&Bound

Con la bifurcación sobre X_2 :

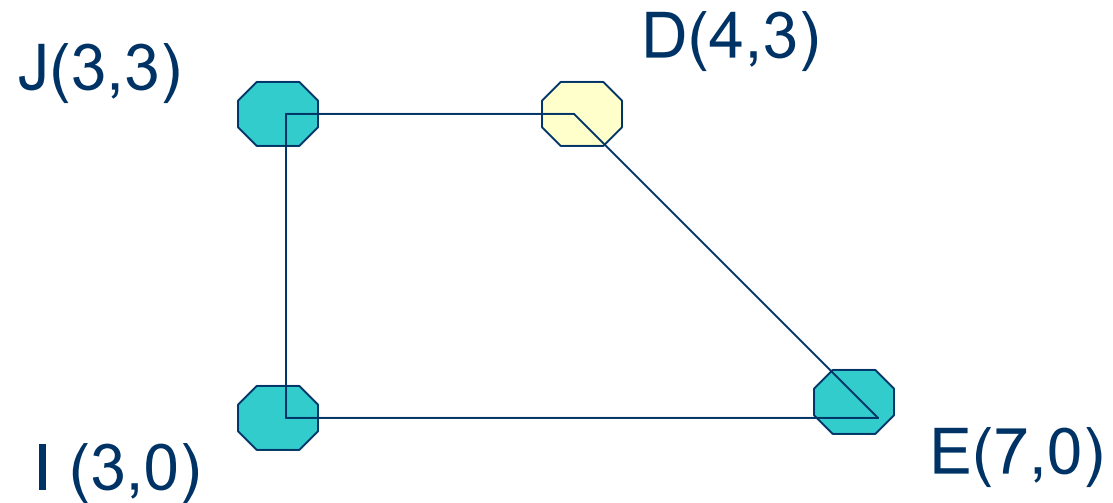


Árbol Branch&Bound

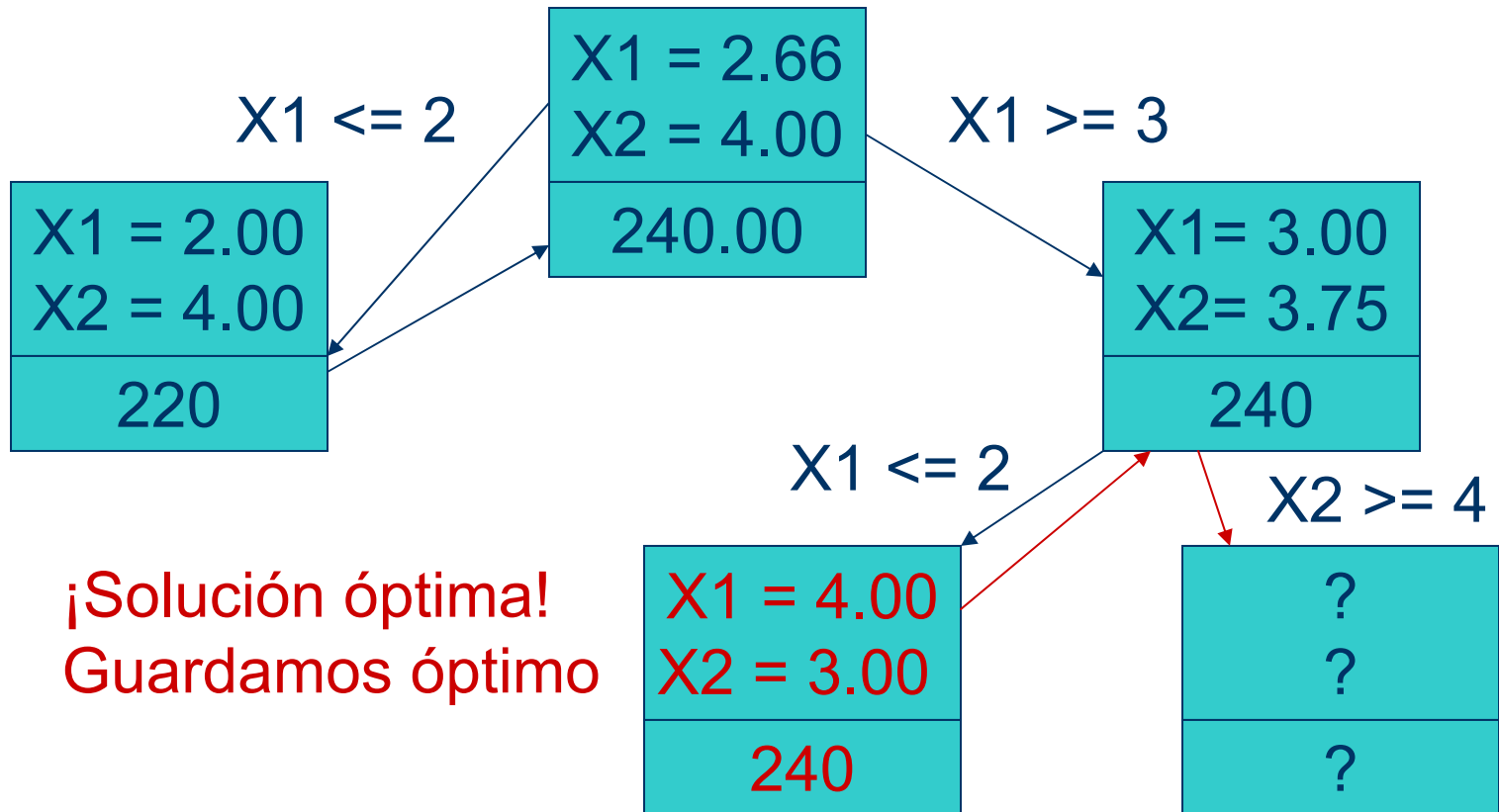


Árbol Branch&Bound

Resolvemos el área usando simplex:



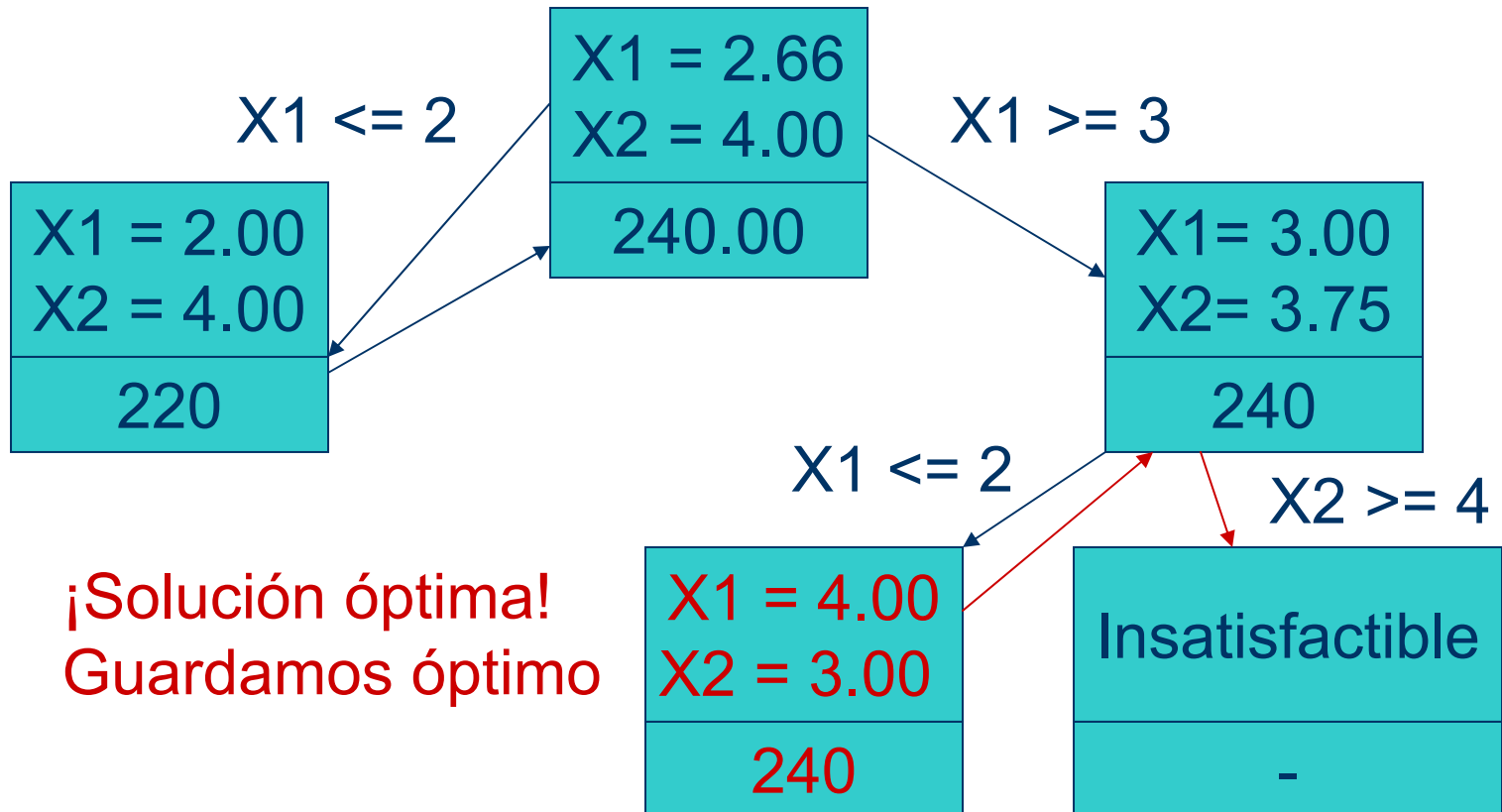
Árbol Branch&Bound



Árbol Branch&Bound

- Para $X_1 \geq 3$ y $X_2 \geq 4$ no existe ninguna solución ya que nos hemos salido del área satisfactible

Árbol Branch&Bound



Árbol Branch&Bound

¡La solución óptima es por lo tanto!

$X1 = 4.00$
$X2 = 3.00$
240

Resultados OPL

Solutions

Optimal Solution with Objective Value: 240

$$x1 = 4$$

$$x2 = 3$$

Log

Running

integer programming (CPLEX MIP)

displaying solution ...

Resultados OPL

CPLEX

Variables: 2.

Constraints: 5.

Solver Memory: 171860

Solving time: 0.03

Programación entera

Procedimientos de búsqueda.

¿Qué información añadir en el modelo OPL?

- Que variable poner en cada nivel del árbol
- Orden de exploración en los hijos

Programación entera

```
setting mipsearch{  
    forall( v in vars)  
        setPriority(v, PRIORIDAD);  
        setBranchingDirection(v, branchDir*);  
}
```

**Low, Up, Global*

Modelo. Programación entera mixta

```
var int x1 in minint..maxint;  
var float x2;
```

```
subject to {  
    1*x1 + 1*x2 <= 7;  
    3*x1 + 4*x2 <= 24;  
    0*x1 + 1*x2 <= 4;  
    x1 >= 0;  
    x2 >= 0;  
};
```

Programación lineal-entera

Resolución usando CPLEX

1. Región factible.
2. Evaluar vértices.
3. Relajar problema + Branch&Bound

No bifurcar sobre variables float :-)

Resultados OPL

Solutions

Optimal Solution with
Objective Value: 240.0000
 $x_1 = 4$
 $x_2 = 3.0000$

CPLEX

Variables: 3
Restricciones: 6
Solver Memory: 171860
Solving time: 0.00

Log

Running
mixed integer programming
(CPLEX MIP)
displaying solution ...

Ejemplos modelado

- Programación lineal →
Problema del transporte.
- Programación entera →
Problema de la mochila.
Problema del producto.
- Programación lineal-entera mixta →
Problema de la receta.

LP → Problema del transporte

Teoría de fondo.

- Tamaño de los problemas combinatorios.
Salto entre tamaño máximo LP – IP.
- Dentro de LP...
¿Cómo aumentar la eficiencia?
Explotar la dispersión de datos.

Descripción

- Tenemos un conjunto de ciudades Gallegas y un conjunto de productos del mar.
- Cada ciudad produce y demanda una cierta cantidad de cada producto.
- Todas las ciudades están conectadas por carretera.

Descripción

- Tabla de coste depende de la ciudad origen, destino y producto transportado.
- Gobierno impone un límite en el transporte total (\sum productos) que se puede realizar entre cada par de ciudades.
- Minimizar el coste total del transporte.

1. Transporte gallego sin explotar

Consideramos que todas las ciudades están conectadas y que toda ciudad transporta todo producto a las demás ciudades.

Modelado. Datos del problema

enum Ciudades ...;

enum Productos ...;

float+ maximo = ...;

float+ suministra[Productos,Ciudades] = ...;

float+ demanda[Productos,Ciudades] = ...;

float+ cuesta[Productos,Ciudades,Ciudades] = ...;

Modelado. Datos del problema

Ciudades = { A_coruna, Lugo, Orense, Pontevedra, Cebreiro, Melide, Santiago, Viveiro, Ortigueira, Ribadiso };

Productos = { Centollos, Pulpo, Vieras };

maximo = 625;

Modelado. Datos del problema

suministra = #[

Centollos: #[A_coruna: 400, Lugo: 700,
Orense: 800, Pontevedra: 0,
Cebreiro: 0, Melide: 0,
Santiago: 0, Viveiro: 0,
Ortigueira: 0, Ribadiso: 0]#

Pulpo: #[...]#

Vieras: #[...]#

]# ;

Modelado. Datos del problema

```
demanda = #[  
    Centollos: #[ A_coruna: 0, Lugo: 0,  
                 Orense: 0, Pontevedra: 300,  
                 Cebreiro: 300, Melide: 100,  
                 Santiago: 75, Viveiro: 650,  
                 Ortigueira: 225, Ribadiso: 250 ]#  
    Pulpo: #[...]#  
    Vieras: #[...]#  
]# ;
```

Modelado. Datos del problema

```
cuesta = #[  
  Centollos: #[  
    A_coruna: #[ A_coruna: 0, Lugo: 0, Orense: 0, Melide: 8,  
                 Pontevedra: 30, Cebreiro: 10, Ortigueira: 71,  
                 Santiago: 10, Viveiro: 11, Ribadiso: 6 ]#  
    Lugo: #[ ...]#  
    ...  
  ]#  
  Vieras: #[...]#  
  Pulpos: #[...]#  
]#
```

Modelado. Datos del problema

El problema exige a los datos de entrada cumplan que para cada producto la suma total demandada sea igual a la suma total producida.

assert

forall(p in Productos)

sum(o in Ciudades) suministra[p,o] =
sum(d in Ciudades) demanda[p,d];

Variables de decisión

Solución al problema:

“Cuánta cantidad de producto transportar entre cada ciudad suministradora y consumidora.”

var float+ trans[Productos,Ciudades,Ciudades];

Función de óptimo

Minimizar el coste de transportar todos los productos entre todas las ciudades.

minimize

sum(p in Productos & o,d in Ciudades)
cuesta[p,o,d] * trans[p,o,d]

Restricciones

- Una ciudad 'o' transporta una cantidad de producto 'p' a cada ciudad 'c', en total transportará 'y'.
- Esa ciudad produce 'x' cantidad de ese producto.
- $x = y$

forall(p in Productos & o in Ciudades)

sum(d in Ciudades) trans[p,o,d] = suministra[p,o];

Restricciones

- Una ciudad 'd' recibirá una cantidad de producto 'p' de cada ciudad 'c', en total recibirá 'y'.
- Esa ciudad tiene una demanda 'x' de ese producto.
- $x = y$

forall(p in Productos & d in Ciudades)

sum(o in Ciudades) trans[p,o,d] = demanda[p,d];

Restricciones

- Una ciudad 'o' transportará una cantidad 'k' de cada producto a otra ciudad 'd', en total transportará 'y'.
- Hay un límite máximo de transporte entre ciudades
- $y \leq \text{limite}$

forall(o, d in Ciudades)

sum(p in Productos) trans[p,o,d] \leq maximo;

Mostrar resultados

```
display cuesta;
```

```
display trans;
```

Resultados OPL

Solutions

Optimal Solution with Objective Value: 199500.0000

trans[Centollos,Lugo,Orense] = 0.0000

trans[Centollos,Lugo,Pontevedra] = 225.0000

trans[Centollos,Lugo,Cebreiro] = 0.0000

trans[Centollos,Lugo,Melide] = 0.0000...

Log

Running

linear programming

displaying solution ...

CPLEX

Variables: 300 Restricciones: 160

Solver memory:344720 Solving Time: 0.02

Usó simplex

2. Transporte gallego optimizado

¿Cómo explotar la estructura del problema?

- Extraer de la matriz cuesta[p,o,d] que elementos son $\neq 0 \rightarrow$ Rutas
- Extraer de cada ruta:
 - ✓ La pareja de ciudades \rightarrow Conexiones
 - ✓ La pareja producto, origen \rightarrow Suministra
 - ✓ La pareja producto, destino \rightarrow Demanda

Modelado. Datos del problema

- struct Conexion {
 Ciudad o;
 Ciudad d;
};
- struct Ruta {
 Producto p;
 Conexion e;
};
- {Ruta} Rutas = ...;
- float+ cuesta[Rutas] = ...;

Modelo. Datos del problema

Rutas = {
<Centollos, <A_coruna, Pontevedra> > ,
<Centollos, <A_coruna, Cebreiro> > ,
<Centollos, <A_coruna, Melide> > ,
<Centollos, <A_coruna, Santiago> > ,
<Centollos, <A_coruna, Viveiro> > , ... };

Modelo. Datos del problema

- Extraer de cada ruta cada pareja de ciudades conectadas.

$\{\text{Conexion}\} \text{ Conexiones} = \{ c \mid \langle p, c \rangle \text{ in Rutas } \};$

- ¿Cómo hace el filtrado?

- Multiconjunto
- Conjunto

Modelo. Datos del problema

- Extraer las parejas <producto, ciudad origen>

```
struct Suministra {
```

```
    Producto p;
```

```
    Ciudad o;
```

```
};
```

```
{Suministra} Suministros = {<p,c.o> | <p,c> in Rutas };
```

```
float+ suministra[Suministros] = ...;
```


Modelo. Datos del problema

```
suministra = #[  
    <Centollos, A_coruna>: 400  
    <Pulpo, A_coruna>: 800  
    <Vieras, A_coruna>: 200  
    <Centollos, Lugo>: 700  
    <Pulpo, Lugo>: 1600  
    <Vieras, Lugo>: 300  
    <Centollos, Orense>: 800  
    <Pulpo, Orense>: 1800  
    <Vieras, Orense>: 300  
]#;
```

Modelo. Datos del problema

- Extraer las parejas <producto, ciudad destino>

```
struct Demanda {
```

```
    Producto p;
```

```
    Ciudad o;
```

```
};
```

```
{Demanda} Demandas = {<p,c.d>|<p,c> in Rutas };
```

```
float+ demanda[Demandas] = ...;
```

Modelo. Datos del problema

```
demanda = #[  
    <Centollos, Pontevedra>: 300  
    <Pulpo, Pontevedra>: 500  
    <Vieras, Pontevedra>: 100  
    <Centollos, Cebreiro>: 300  
    <Pulpo, Cebreiro>: 750  
    <Vieras, Cebreiro>: 100  
    <Centollos, Melide>: 100  
    ...  
]# ;
```

Modelo. Datos del problema

¿Cómo explotar la estructura del problema?

- Para cada producto saber...
 - ¿Qué ciudades lo producen?
 - ¿Qué ciudades lo demandan?
 - ¿Qué conexiones concretas se establecen?

$\{\text{Ciudad}\} \text{orig}[p \text{ in Producto}] = \{ c.o \mid \langle p,c \rangle \text{ in Rutas} \};$
 $\{\text{Ciudad}\} \text{dest}[p \text{ in Producto}] = \{ c.d \mid \langle p,c \rangle \text{ in Rutas} \};$
 $\{\text{Conexion}\} \text{CP}[p \text{ in Producto}] = \{ c \mid \langle p,c \rangle \text{ in Rutas} \};$

Modelo. Datos del problema

El problema exige a los datos de entrada cumplan que para cada producto la suma total demandada sea igual a la suma total producida.

```
assert forall(p in Producto)
  sum(o in orig[p]) suministra[<p,o>] = sum(d
  in dest[p]) demanda[<p,d>];
```

Variables de decisión

```
var float+ trans[Rutas];
```

1. Transporte sin optimizar → 300 variables.
2. Transporte optimizado → 63 variables.

Función de óptimo

minimize

$\text{sum}(l \text{ in Rutas}) \text{ cuesta}[l] * \text{trans}[l]$

Restricciones

- Una ciudad 'o' transporta una cantidad de producto 'p' a cada ciudad 'c', en total transportará 'y'.
- Esa ciudad produce 'x' cantidad de ese producto.
- $x = y$

```
forall(p in Producto & o in orig[p])  
    sum(<o,d> in CP[p]) trans[< p,<o,d> >] =  
        suministra[<p,o>];
```


Restricciones

- Una ciudad 'd' recibirá una cantidad de producto 'p' de cada ciudad 'c', en total recibirá 'y'.
- Esa ciudad tiene una demanda 'x' de ese producto.
- $x = y$

```
forall(p in Producto & d in dest[p])  
    sum(<o,d> in CP[p]) trans[< p,<o,d> >] =  
        demanda[<p,d>];
```

Restricciones

- Una ciudad 'o' transportará una cantidad 'k' de cada producto a otra ciudad 'd', en total transportará 'y'.
- Hay un límite máximo de transporte entre ciudades
- $y \leq \text{limite}$

forall(c in Conexiones)

sum(<p,c> in Rutas) trans[<p,c>] <= maximo;

Resultados OPL

Solutions

Optimal Solution with Objective Value: 199500.0000

trans[#<p:Centollos,e:#<o:A_coruna,d:Viveiro>#>#] = 400.0000

trans[#<p:Centollos,e:#<o:A_coruna,d:Ortigueira>#>#] = 0.0000

trans[#<p:Centollos,e:#<o:Lugo,d:Pontevedra>#>#] = 225.0000

...

Log

Running

linear programming

displaying solution ...

CPLEX

Variables: 63 Restricciones: 51

Solver memory: 224120 Solving time: 0.01

Usó simplex

Resultados OPL

Solutions

Optimal Solution with Objective Value: 199500.0000

trans[Centollos,Lugo,Orense] = 0.0000

trans[Centollos,Lugo,Pontevedra] = 225.0000

trans[Centollos,Lugo,Cebreiro] = 0.0000

trans[Centollos,Lugo,Melide] = 0.0000...

Log

Running

linear programming

displaying solution ...

CPLEX

Variables: 300 Restricciones: 160

Solver memory:344720 Solving Time: 0.02

Usó simplex

Ejemplos modelado

- Programación lineal →
Problema del transporte.
- Programación entera →
Problema de la mochila.
Problema del producto.
- Programación lineal-entera mixta →
Problema de la receta.

IP → Problema de la mochila

Descripción

- Tenemos una mochila con una cierta capacidad: (Peso máximo, Volumen, ...) y varias clases de objetos: (Libros, botas, bocatas, ...).
- Cada objeto tiene un valor y un cierto 'uso' de la mochila (peso, volumen, ...)
- **Maximizar** el valor de los objetos elegidos respetando la capacidad que tiene la mochila.

Modelado. Datos del problema

```
int num_objetos = ...;  
int num_caracteristicas = ...;  
range objetos 1..num_objetos;  
range caracteristicas 1..num_caracteristicas;  
//Instancia  
num_objetos = 12;  
num_caracteristicas = 7;
```

Modelo. Datos del problema

```
int maximo[caracteristicas] = ...;
```

```
int valor[objetos] = ...;
```

```
int max_objetos = max(c in caracteristicas) maximo[c];
```

```
//Instancia
```

```
maximo = [ 18209, 7692, 1333, 924, 26638, 61188, 13360 ];
```

```
valor = [ 96, 76, 56, 11, 86, 10, 66, 86, 83, 12, 9, 81 ];
```


Modelo. Datos del problema

```
int uso[caracteristicas, objetos] = ...;
```

```
//Instancia
```

```
uso = [ [ 19, 1, 10, 1, 1, 14, 152, 11, 1, 1, 1, 1 ],  
        [ 0, 4, 53, 0, 0, 80, 0, 4, 5, 0, 0, 0 ],  
        [ 4, 660, 3, 0, 30, 0, 3, 0, 4, 90, 0, 0 ],  
        [ 7, 0, 18, 6, 770, 330, 7, 0, 0, 6, 0, 0 ],  
        [ 0, 20, 0, 4, 52, 3, 0, 0, 0, 5, 4, 0 ],  
        [ 0, 0, 40, 70, 4, 63, 0, 0, 60, 0, 4, 0 ],  
        [ 0, 32, 0, 0, 0, 5, 0, 3, 0, 660, 0, 9]  ];
```

Variables de decisión

Cuantos objetos guardar de cada tipo

```
var int guarda[objetos] in 0..max_objetos;
```

Función de óptimo

Maximizar el beneficio obtenido por los objetos llevados.

maximize

$\text{sum}(o \text{ in objetos}) \text{ valor}[o] * \text{guarda}[o]$

Restricciones

El conjunto de objetos elegidos no debe sobrepasar (peso, volumen, ...) de la mochila.

subject to

forall(c in características)

sum(o in objetos) uso[c, o] * guarda[o] <= maximo[c];

Resultados OPL

Solutions

Optimal Solution with Objective Value: 261922

guarda[1] = 0,	guarda[2] = 0,
guarda[3] = 0,	guarda[4] = 154,
guarda[5] = 0,	guarda[6] = 0,
guarda[7] = 0,	guarda[8] = 913 ,
guarda[9] = 333,	guarda[10] = 0,
guarda[11] = 6499,	guarda[12] = 1180

Log

Running	CPLEX Usó MIP
integer programming (CPLEX MIP)	Variables: 12 Restricciones: 7
displaying solution ...	Solver memory: 191960
	Solving time: 0.05

Ejemplos modelado

- Programación lineal →
Problema del transporte.
- Programación entera →
Problema de la mochila.
Problema del producto.
- Programación lineal-entera mixta →
Problema de la receta.

Problema del producto

Descripción

Para elaborar un producto hacen falta un número n de tareas.

Contratamos para ello a un número m de trabajadores.

Cada trabajador está capacitado para realizar un subconjunto de las n tareas.

Cada trabajador tiene un sueldo.

Problema del producto

Descripción

Contratar a los trabajadores necesarios para poder realizar todas las tareas. Minimizar el coste de contratación

Modelo. Datos del problema

Identificamos a cada trabajador con un entero.
Creamos un rango para identificar a cada uno de ellos.

```
int num_Trabajadores = ...;  
range Trabajadores 1..num_Trabajadores;
```

Modelo. Datos del problema

Tendremos también un conjunto de tareas.

```
enum Tareas ...;
```

```
//Instancia
```

```
Tareas = { albanileria, carpinteria, tuberias, techos,  
           electricidad, calefaccion, insonorizacion, tejados,  
           pintura, ventanas, fachada, jardines,  
           garaje, parking, mudanza };
```

Modelo. Datos del problema

El sueldo y capacidad de cada trabajador...

```
{Trabajadores} pueden_hacer[Tareas] = ...;
```

```
int sueldo[Trabajadores] = ...;
```

Modelo. Datos del problema

```
//Instacia
```

```
pueden_hacer = [
```

```
  { 1 9 19 22 25 28 31 }
```

```
  { 2 12 15 19 21 23 27 29 30 31 32 }
```

```
  { 3 10 19 24 26 30 32 }
```

```
  { 4 21 25 28 32 }
```

```
  { 5 11 16 22 23 27 31 }
```

```
  { 6 20 24 26 30 32 }
```

```
  ...
```

```
];
```

```
sueldo = [ 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 4 4 4 4 5 5 5 6 6 6 7  
           8 9 ];
```

Modelo. Variables de decisión

La solución será saber para cada trabajador si lo cogemos o no.

```
var int contratamos[Trabajadores] in 0..1;
```

Modelo. Función de óptimo

Minimizar el coste de contratación

minimize

$\text{sum}(c \text{ in Trabajadores}) \text{sueldo}[c] * \text{contratamos}[c]$

Modelo. Restricciones

Que toda tarea pueda ser realizada al menos por uno de los trabajadores contratados.

```
forall(j in Tareas)  
    sum(c in pueden_hacer[j]) contratamos[c] >= 1;
```

Resultados OPL

Solutions

Optimal Solution with Objective Value: 14

contratamos[23] = 1

contratamos[25] = 1

contratamos[26] = 1

Log

Running

integer programming (CPLEX MIP)

displaying solution ...

CPLEX

Variables: 32

Restricciones: 15

Solver memory: 204020

Solving time: 1.81

Ejemplos modelado

- Programación lineal →
Problema del transporte.
- Programación entera →
Problema de la mochila.
Problema del producto.
- Programación lineal-entera mixta →
Problema de la receta.

MILP → Problema de la receta

Descripción

- Preparación de la poción mágica de Panoramix.
- La cacerola tiene un volumen v . Hay que llenarla.

¿Con qué?

- Líquidos: Agua, Zumo, Gatorade.
- Árboles: Raíces y Hojas.
- Brebajes: BrebajeA y BrebajeB.
- Pájaros: Gorrión.

MILP → Problema de la receta

- La mezcla debe ser buena.
Porcentaje mínimo y máximo de cada ingrediente.
- Encontrar cada ingrediente tiene un coste:
 - Líquidos: tiempo por litro.
 - Árbol: tiempo extracción por kg (1Kg = 1L)
 - Brebajes: tiempo por litro
 - Pájaros: tiempo por unidad.

MILP → Problema de la receta

Objetivo: minimizar el tiempo en conseguir todos los ingredientes para una poción cuya mezcla sea buena.

Modelo. Datos del problema

```
enum Liquidos ...;
```

```
enum Arboles ...;
```

```
enum Brevajes ...;
```

```
enum Pajaros ...;
```

```
//Instancia
```

```
Liquidos = {Agua, Zumo, Gatorade};
```

```
Arboles = {Raices, Hojas};
```

```
Brebajes = {Brebaje_A, Brebaje_B};
```

```
Pajaros = {Gorriones};
```

Modelo. Datos del problema

Mezcla buena

float+ minimo[Liquidos] = ...;

float+ maximo[Liquidos] = ...;

int+ volumen = ...;

//Instancia

minimo = [0.05, 0.30, 0.60];

maximo = [0.10, 0.40, 0.80];

volumen = 20;

Modelo. Datos del problema

Porcentaje de líquidos en Árbol, Brebajes y Pájaros.

```
float+ porc_arboles[Liquidos,Arboles] = ...;
```

```
float+ porc_brevajes[Liquidos,Brevajes] = ...;
```

```
float+ porc_pajaros[Liquidos,Pajaros] = ...;
```

```
//Instancia
```

```
porc_arboles = [[ 0.20, 0.01 ], [ 0.05, 0 ], [ 0.05, 0.30 ]];
```

```
porc_brevajes = [ [ 0 , 0.01 ], [ 0.60, 0 ], [ 0.40, 0.70 ] ];
```

```
porc_pajaros = [ [ 0.10 ], [ 0.45 ], [ 0.45 ] ];
```

Modelo. Datos del problema

Tiempo en encontrar cada cosa

```
float+ tiempo_liquidos[Liquidos] = ...;
```

```
float+ tiempo_arboles[Arboles] = ...;
```

```
float+ tiempo_brevajes[Brevajes] = ...;
```

```
float+ tiempo_pajaros[Pajaros] = ...;
```

//Instancia

```
tiempo_liquidos = [22, 10, 13];
```

```
tiempo_arboles = [6, 5];
```

```
tiempo_brevajes = [ 7, 8];
```

```
tiempo_pajaros = [ 9 ];
```


Variables de decisión

```
var float+ li[Liquidos];  
var float+ ar[Arboles];  
var float+ br[Brebajes];  
var int+ pa[Pajaros] in 0..maxint;  
  
var float+ mezcla[l in Liquidos];
```

Modelo. Función de óptimo

minimize

sum(l in Liquidos) tiempo_liquidos[l] * li[l]

+

sum(a in Arboles) tiempo_arboles[a] * ar[a]

+

sum(b in Brebajes) tiempo_brebajes[b] * br[b]

+

sum(p in Pajaros) tiempo_pajaros[p] * pa[p]

Modelo. Restricciones

Qué la cantidad de cada litro sea calculada correctamente

```
forall(l in Liquidos)
```

```
mezcla[l] =
```

```
li[l] +
```

```
sum(a in Arboles) porc_arboles[l,a] * ar[a] +
```

```
sum(b in Brebajes) porc_brebajes[l,b] * br[b] +
```

```
sum(p in Pajaros) porc_pajaros[l,p] * pa[p];
```

Modelo. Restricciones

Que la mezcla respete el mínimo y máximo de cada líquido.

```
forall(l in Liquidos){  
    mezcla[l] >= minimo[l] * volumen;  
    mezcla[l] <= maximo[l] * volumen;  
};
```

Modelo. Restricciones

Que el caldero esté lleno.

```
sum(l in Liquidos) mezcla[l] = volumen;
```

Resultados OPL

Solutions

Optimal Solution with Objective Value: 184.1171

li[Agua] = 0.0145,

ar[Raices] = 0.0000,

li[Zumo] = 0.0000,

ar[Hojas] = 0.0000,

li[Gatorade] = 0.0000,

br[Brebaje_A] = 4.9167,

br[Brebaje_B] = 8.5476,

pa[Gorriones] = 9

mezcla[Agua] = 1.0000,

mezcla[Zumo] = 7.0000,

mezcla[Gatorade] = 12.0000

Resultados OPL

Log

Running

mixed integer programming (CPLEX MIP)

displaying solution ...

CPLEX

Usó MIP.

Variables: 12 Restricciones: 11

Solver memory: 183920 Solving time: 0.00

Fin